Questions 1 to 7 carry 3 scores each. Answer any six questions. **(6 × 3 = 18)**

1. (a) If $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$; $x \in \mathbb{R}$; then find $(fog)(x)$ **(1)**

   (b) Let u and v be two functions defined on $\mathbb{R}$ as $u(x) = 2x - 3$ and $v(x) = \frac{3+x}{2}$. Prove that u and v are inverse to each other. **(2)**

2. (a) For the symmetric matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & y & 9 \end{bmatrix}$. Find the values of x and y. **(1)**

   (b) From Part(a), verify AA' and $A + A'$ are symmetric matrices. **(2)**

3. (a) Find the slope of tangent line to the curve $y = x^2 - 2x + 1$. **(1)**

   (b) Find the equation of tangent to the above curve which is parallel to the line $2x - y + 9 = 0$. **(2)**

4. (a) If $\int f(x)\,dx = \log|\tan x| + C$. Find $f(x)$. **(1)**

   (b) Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$. **(2)**

5. (a) Area bounded by the curve $y = f(x)$ and the lines $x = a$, $x = b$ and the x axis = _____ **(1)**

   (i) $\int_a^b x\,dy$ (ii) $\int_a^b x^2\,dy$

   (iii) $\int_a^b y\,dx$ (iv) $\int_a^b y^2\,dx$

1 [illegible] 7 [illegible] 3 [illegible] 6 [illegible] (6 × 3 = 18)

1. (a) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$ [illegible] $(f \circ g)(x)$ [illegible] (1)

(b) u, v [illegible] $u(x) = 2x - 3$, $v(x) = \frac{3+x}{2}$ [illegible] u, v [illegible] (2)

2. (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 4 & y & 9 \end{bmatrix}$ [illegible] x, y [illegible] (1)

(b) [illegible] (a) [illegible] AA', $A + A'$ [illegible] (2)

3. (a) $y = x^2 - 2x + 1$ [illegible] (1)

(b) [illegible] $2x - y + 9 = 0$ [illegible] (2)

4. (a) $\int f(x)\,dx = \log|\tan x| + C$ [illegible] $f(x)$ [illegible] ? (1)

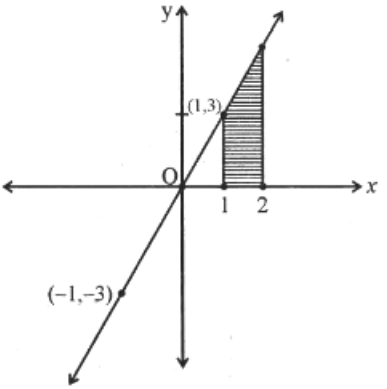
(b) $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$ [illegible] (2)

5. (a) $y = f(x)$ [illegible], $x = a$, $x = b$, [illegible] = ________ (1)

(i) $\int_a^b x\,dy$ (ii) $\int_a^b x^2\,dy$

(iii) $\int_a^b y\,dx$ (iv) $\int_a^b y^2\,dx$

(b) Find area of the shaded region using integration. **(2)**



6. (a) The order of the differential equation formed by $y = A \sin x + B \cos x + c$, where A and B are arbitrary constants is **(1)**

(i) 1 (ii) 2

(iii) 0 (iv) 3

(b) Solve the differential equation $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$ **(2)**

7. A factory produces three items P, Q and R at two plants A and B. The number of items produced and operating costs per hour is as follows :

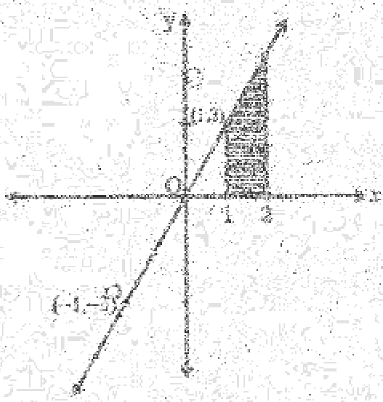
Plant	Item produced per hour			Operating cost
	P	Q	R	
A	20	15	25	₹ 1000
B	30	12	23	₹ 800

It is desired to produce atleast 500 items of type P, atleast 400 items of type Q and atleast 300 items of type R per day.

(a) Is it a maximization case or a minimization case. Why ? **(1)**

(b) Write the objective function and constraints. **(2)**

(b) [illegible] (3)



6. (a) $y = A \sin x + B \cos x + c$, A, B [illegible] ? (1)

(i) 1 (ii) 2

(iii) 0 (iv) 3

(b) $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$ [illegible] (2)

7. [illegible] A, B [illegible] P, Q, R [illegible] :

[illegible]	[illegible]			[illegible]
	P	Q	R	
A	20	15	25	₹ 1000
B	30	12	23	₹ 800

[illegible] 500 P [illegible] 400 Q [illegible] 300 R [illegible]

(a) [illegible] ? (1)

(b) [illegible] (2)

Questions 8 to 17 carry 4 scores each. Answer any eight. (8 × 4 = 32)

8. (a) The function P is defined as "To each person on the earth is assigned a date of birth". Is this function one-one ? Give reason. (1)

(b) Consider the function $f:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$ given by $f(x)=\sin x$ and $g:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$ given by $g(x)=\cos x$.

(i) Show that f and g are one-one functions.

(ii) Is f + g one-one ? Why ? (2)

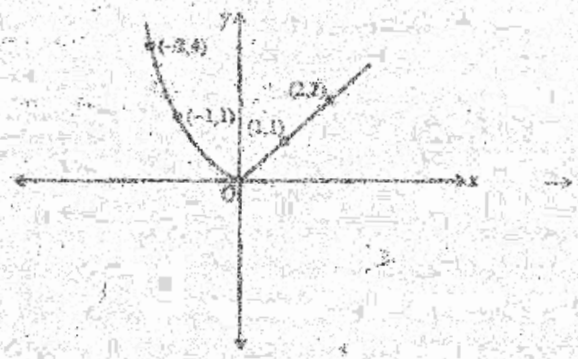
(c) The number of one-one functions from a set containing 2 elements to a set containing 3 elements is _____ (1)

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 8

9. If $A=\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$, $B=\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$, $C=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ satisfies the condition $3A-4B+2C=\frac{\pi}{3}$. Find the value of x. (4)

10. (a) Write the function whose graph is shown below. (1)



(b) Discuss the continuity of the function obtained in part (a). (2)

(c) Discuss the differentiability of the function obtained in part (a). (1)

[illegible] 8 [illegible] 17 [illegible] 4 [illegible] 8 [illegible] (8 × 4 = 32)

8. (a) [illegible]

“[illegible]” [illegible] 7 [illegible] (1)

(b) $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ [illegible] $f(x) = \sin x$ [illegible] $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ [illegible] $g(x) = \cos x$ [illegible]

(i) f, g [illegible]

(ii) f + g [illegible] ? [illegible] ? (2)

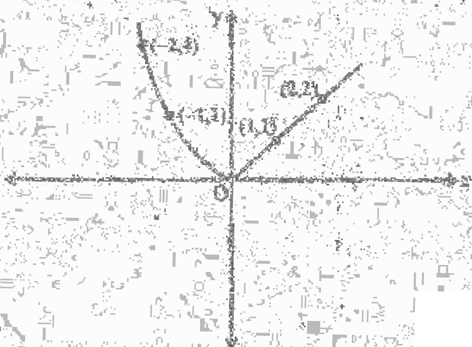
(c) 2 [illegible] 3 [illegible] ______ (1)

(i) 2 (ii) 3

(iii) 6 (iv) 8

9. $A = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$, $B = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$, $C = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ [illegible] $3A - 4B + 2C = \frac{\pi}{3}$ [illegible] x-[illegible] (4)

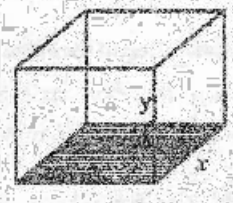
10. (a) [illegible] (1)



(b) [illegible] (a) [illegible] (2)

(c) [illegible] (a) [illegible] (1)

with a square base and given volume 'V' is shown in the figure,



(a) Express the surface area 's' as a function of x. (1)

(b) Show that the surface area is minimum when it is a cube. (3)

12. (a) If $2x + 4 = A(2x + 3) + B$, find A and B. (1)

(b) Using part (a) evaluate $\int \frac{2x+4}{x^2+3x+1}\,dx$. (3)

13. Consider the differential equation $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$. Find

(a) its degree (1)

(b) the integrating factor (1)

(c) the general solution. (2)

14. The position vectors of three points A, B, C are given to be $\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + 4\hat{k}$ and $-2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ respectively.

(a) Find $\vec{AB}$ and $\vec{AC}$. (1)

(b) Find the angle between $\vec{AB}$ and $\vec{AC}$. (3)

(c) Find a vector which is perpendicular to both $\vec{AB}$ and $\vec{AC}$ having magnitude 9 units. (2)

15. (a) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar vectors, write the vector perpendicular to $\vec{a}$. (1)

(b) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar, prove that $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{c} + \vec{a}$ are coplanar (3)

16. (a) Write all the direction cosines of x-axis. (1)

(b) If a line makes angles α, β, γ with x, y, z-axes respectively, then prove that $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$. (2)

(c) If a line makes equal angles with the three coordinate axes, find the direction cosines of the lines. (1)

17. The activities of a factory are given in the following table :

Items	Departments			
	Cutting	Mixing	Packing	Profit per unit
A	1	1	1	₹ 5
B	4	1	1	₹ 8
Maximum time available	24	21	9	

Solve the linear programming problem graphically and find the maximum profit subject to the above constraints. (4)

Questions from 18 to 24 carry 6 scores each. Answer any five. (5 × 6 = 30)

18. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. Show that $A^2 - 5A + 7I = 0$. Hence find A^3 and A^{-1}. (6)

19. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, then

(a) Find A^{-1}. (3)

(b) Use A^{-1} from part (a) solve the system of equations (3)

$2x - 3y + 5z = 11$

$3x + 2y - 4z = -5$

$x + y - 2z = -3$

16. (a) x-axis ന്റെ എല്ലാ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈനുകളും എഴുതുക. (1)

(b) ഒരു ലൈൻ മൂന്ന് ആക്സിസുകളുമായി α, β, γ എന്നീ കോണുകളുണ്ടാക്കുന്നുവെങ്കിൽ $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

(c) ഒരു ലൈൻ മൂന്ന് ആക്സിസുകളുമായി തുല്യ കോണുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നുവെങ്കിൽ ആ ലൈനിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് കാണുക. (1)

17. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചുവടെ ടേബിളിൽ ചേർത്തിരിക്കുന്നു :

ഇനങ്ങൾ	വിഭാഗങ്ങൾ			ലാഭം/ഉല്പന്നം
	കട്ടിംഗ്	മിക്സിംഗ്	പാക്കിംഗ്	
A	1	3	1	₹ 5
B	4	1	1	₹ 8
പരമാവധി ലഭ്യമായ സമയം	24	21	9	

തന്നിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. തന്നിരിക്കുന്ന കൺസ്ട്രെയിന്റിനു വിധേയമായിട്ടുള്ള പരമാവധി ലാഭം കണക്കാക്കുക. (4)

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. **(5 × 6 = 30)**

18. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A^2 - 5A + 7I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. ഇതിൽ നിന്നും A^4, A^{-1} ഇവ കാണുക. (6)

19. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ

(a) A^{-1} കാണുക. (3)

(b) പാർട്ട് (a) യിൽ ലഭിച്ച A^{-1} ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ സോൾവ് ചെയ്യുക (3)

$$2x - 3y + 5z = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

20. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following :

(a) $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$. **(2)**

(b) $y = x^x$ **(2)**

(c) $x = a(t - \sin t)$ $y = a(1 + \cos t)$ **(2)**

21. Evaluate the following integrals :

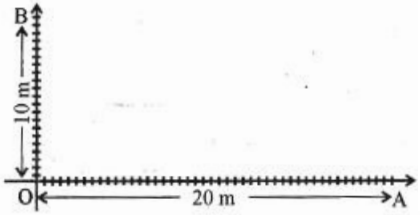
(a) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ **(3)**

(b) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx$ **(1)**

(c) $\int x \sin 3x \, dx$ **(2)**

22. (a) Find the area bounded by the curve $y = \sin x$ and the lines $x = 0$, $x = 2\pi$, and x axis. **(1)**

(b) Two fences are made in a grass field as shown in the figure. A cow is tied at the point O with a rope of length 3 m.



(i) Using integration, find the maximum area of grass that cow can graze within the fences. Choose O as origin. **(4)**

(ii) If there is no fences find the maximum area of grass that cow can graze ? **(1)**

20. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക :

(a) $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ (2)

(b) $y = x^x$ (2)

(c) $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 + \cos t)$ (2)

21. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രലുകളുടെ വില കാണുക :

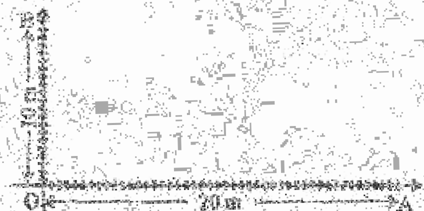
(a) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\, dx$ (3)

(b) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x\, dx$ (1)

(c) $\int x \sin 3x\, dx$ (2)

22. (a) $y = \sin x$ എന്ന കർവ്വും, $x = 0$, $x = 2\pi$ എന്നീ വരകൾക്കുമിടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. (1)

(b) [illegible] 'O' [illegible] 3 m [illegible]



(i) [illegible] 'O' [illegible] (4)

(ii) [illegible] ? (1)

23. (a) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point $(2, 2, 1)$. (3)

(b) The Cartesian equation of two lines are given by $\frac{x+1}{7} = \frac{y+2.5}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$. Write the vector equation of these two lines. (2)

(c) Find the shortest distance between the lines mentioned in part (b). (3)

24. (a) A bag contains 4 red and 4 black balls. Another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag and which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag. (3)

(b) A random variable X has the following distribution function:

X	0	1	2	3	4
P(x)	k	3k	5k	7k	9k

(i) Find k. (1)

(ii) Find the mean and the variance of the random variable X. (3)

23. (a) $3x - y + 2z - 4 = 0$, $x + y + z - 2 = 0$ എന്നീ തലങ്ങളുടെ സംഗമരേഖയിൽ കൂടിയും (2, 2, 1) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടിയും കടന്നുപോകുന്ന തലത്തിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

(b) രണ്ടു വരകളുടെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യം താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു : (2)

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1};\quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

ഇവയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം എഴുതുക.

(c) Part (b)-യിലെ രണ്ടു വരകൾക്കും ഇടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

24. (a) ഒരു ബാഗിൽ 4 ചുവപ്പും 4 കറുപ്പും ബോളുകൾ ഉണ്ട്. മറ്റൊരു ബാഗിൽ 2 ചുവപ്പും 6 കറുപ്പും ബോളുകൾ ഉണ്ട്. രണ്ടു ബാഗുകളിൽ നിന്നും ഒരു ബാഗ് റാൻഡം ആയി തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും അതിൽ നിന്നും ഒരു ബോൾ എടുക്കുന്നു. ഈ ബോൾ ഒരു ചുവപ്പ് ബോൾ ആണെങ്കിൽ അത് ആദ്യത്തെ ബാഗിൽ നിന്നുമാകാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

(b) X എന്ന ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4
P(x)	k	3k	5k	7k	4k

(i) k കാണുക. (1)

(ii) X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ മീൻ, വേരിയൻസ് ഇവ കാണുക. (2)